Определения 10.

Применение определителей

Вырожденная квадратная матрица – матрица с определителем, равным 0.

Невырожденная квадратная матрица – матрица с определителем, не равным 0.

Теорема. *Матрица А является невырожденной тогда и только тогда, когда выполняется хотя бы одно из следующих утверждений*:

1) *строки* (*столбцы*) *этой матрицы линейно независимы*;

2) *матрица А имеет обратную*;

3) *система уравнений с основной матрицей А имеет единственное решение*.

Обратная к квадратной матрице A – такая матрица A^{-1}, что произведение этих матриц (в любом порядке) равно единичной матрице. Если существует, то находится по формуле:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

.

Теорема. *Пусть дана СЛУ* $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ *с невырожденной основной матрицей А. Обозначим столбцы основной матрицы через* A_1, A_2, …, A_n, *а столбец свободных членов – как обычно через* B, $|A| = |A_1, A_2, \ldots, A_n|$. *Тогда эта система имеет единственное решение* $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$, *каждая координата которого вычисляется по формуле:*

$$c_i = \frac{|A_1, \ldots, A_{i-1}, B, A_{i+1}, \ldots, A_n|}{|A|} = \frac{\Delta_i}{\Delta} \quad (i = 1, \ldots, n).$$