

## Решения задач

**Задача 1.** Были собраны данные о диаметре валиков (мм), изготовленных двумя автоматическими станками. Предварительным анализом было установлено, что размер валиков имеет нормальное распределение с дисперсиями  $\sigma_1^2=5$  мм<sup>2</sup> (для первого станка),  $\sigma_2^2=7$  мм<sup>2</sup> (для второго станка). Выяснить, можно ли утверждать о значимом различии средних.

№	1 станок	2 станок
1	178,9	184,0
2	179,7	184,1
3	179,8	184,2
4	179,8	184,5
5	180,9	185,2
6	181,4	183,3
7	181,5	185,6
8	181,6	185,8
9	181,7	186,2
10	181,8	186,4
11	182,3	
12	182,4	
13	182,5	
14	183,0	
15	183,2	

*Решение.* Нулевая гипотеза ( $H_0$ ): о незначимом различии средних. Альтернативная гипотеза ( $H_1$ ): о значимом различии средних.

Здесь даны две независимые выборочные совокупности с известными дисперсиями, в MS Excel выполним Данные / Анализ данных / Двухвыборочный z-тест для средних.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with two columns of data: '1 станок' (A2:A16) and '2 станок' (B2:B16). A dialog box titled 'Двухвыборочный z-тест для средних' is open, with the following settings:

- Входные данные:**
  - Интервал переменной 1: SAS1:SAS16
  - Интервал переменной 2: SBS1:SBS11
  - Гипотетическая средняя разность: (empty)
  - Дисперсия переменной 1 (известная): 5
  - Дисперсия переменной 2 (известная): 7
  - Метки
  - Альфа: 0,05
- Параметры вывода:**
  - Выходной интервал: SCS1
  - Новый рабочий дист.
  - Новая рабочая книга

Buttons: OK, Отмена, Справка.

	A	B	C	D	E
1	1 станок	2 станок	Двухвыборочный z-тест для средних		
2	178,9	184			
3	179,7	184,1		1 станок	2 станок
4	179,8	184,2	Среднее	181,366667	184,93
5	179,8	184,5	Известная дисперсия	5	7
6	180,9	185,2	Наблюдения	15	10
7	181,4	183,3	Гипотетическая разность средних	0	
8	181,5	185,6	z	-3,50538909	
9	181,6	185,8	P(Z<=z) одностороннее	0,00022797	
10	181,7	186,2	z критическое одностороннее	1,64485363	
11	181,8	186,4	P(Z<=z) двухстороннее	0,00045594	
12	182,3		z критическое двухстороннее	1,95996398	
13	182,4				
14	182,5				
15	183				
16	183,2				

Таким образом,  $z_{эм} > z_{крит}$ , так как  $|-3,50538909| > 1,95996398$ , и на уровне значимости 0,05 принимается гипотеза  $H_1$ , то есть делается вывод о значимом различии средних.

**Задача 2.** Были составлены две выборки: равномерно и случайным образом со всей площади посева каждого изучаемого сорта берут на исследование по 50 или более растений. Пусть для анализа сорта пшеницы выбран хозяйственно важный признак – число колосков в колосе, и собрано по 100 колосьев с разных растений каждого сорта, далее подсчитывается число колосков ( $X_1$  для первого и  $X_2$  для второго сортов, их объёмы  $n_1$  и  $n_2$ ) в каждом колосе и составляются два вариационных ряда для первого и второго сортов. Необходимо исследовать на возможную высокую урожайность два сорта пшеницы.

$X_1$	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$n_1$	3	8	16	19	21	17	9	5	2

$X_2$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$n_2$	1	4	4	7	12	18	22	15	8	6	3

*Решение.* Нулевая гипотеза ( $H_0$ ): о незначимом различии средних. Альтернативная гипотеза ( $H_1$ ): о значимом различии средних. Решим задачу с помощью MS Excel.

Описательная статистика

Входные данные  
 Входной интервал: SAS1:SBS101  
 Группирование:  по столбцам  по строкам  
 Метки в первой строке

Параметры вывода  
 Выходной интервал: SCS1  
 Новый рабочий лист  
 Новая рабочая книга  
 Итоговая статистика  
 Уровень надежности: 95 %  
 К-ый наименьший: 1  
 К-ый наибольший: 1

Двухвыборочный z-тест для средних

Входные данные  
 Интервал переменной 1: SAS1:SAS101  
 Интервал переменной 2: SBS1:SBS101  
 Гипотетическая средняя разность: 0  
 Дисперсия переменной 1 (известная): 3,246  
 Дисперсия переменной 2 (известная): 4,586  
 Метки  
 Альфа: 0,05

Параметры вывода  
 Выходной интервал  
 Новый рабочий лист  
 Новая рабочая книга

7	13	13	Стандартное отклонение	1,810714	Стандартное отклонение	2,152377
8	13	13	Дисперсия выборки	3,278687	Дисперсия выборки	4,632727
9	13	13	Экссесс	-0,39809	Экссесс	-0,06475
10	13	13	Асимметричность	0,142073	Асимметричность	-0,23576
11	13	14	Интервал	8	Интервал	10
12	13	14	Минимум	12	Минимум	11
13	14	14	Максимум	20	Максимум	21
14	14	14	Сумма	1571	Сумма	1656
15	14	14	Счет	100	Счет	100
16	14	14	Уровень надежности(95,0%)	0,359285	Уровень надежности(95,0%)	0,427078
17	14	14				
18	14	15	дисперсии г.с.	3,2459		4,5864

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X1	X2	X1		X2		Двухвыборочный z-тест для средних		
2	12	11							
3	12	12	Среднее	15,71	Среднее	16,56		X1	X2
4	12	12	Стандартная ошибка	0,181071	Стандартная ошибка	0,215238	Среднее	15,71	16,56
5	13	12	Медиана	16	Медиана	17	Известная дисперсия	3,246	4,586
6	13	12	Мода	16	Мода	17	Наблюдения	100	100
7	13	13	Стандартное отклонение	1,810714	Стандартное отклонение	2,152377	Гипотетическая разность средних	0	
8	13	13	Дисперсия выборки	3,278687	Дисперсия выборки	4,632727	z	-3,03726	
9	13	13	Экцесс	-0,39809	Экцесс	-0,06475	P(Z<=z) одностороннее	0,001194	
10	13	13	Асимметричность	0,142073	Асимметричность	-0,23576	z критическое одностороннее	1,644854	
11	13	14	Интервал	8	Интервал	10	P(Z<=z) двухстороннее	0,002387	
12	13	14	Минимум	12	Минимум	11	z критическое двухстороннее	1,959964	
13	14	14	Максимум	20	Максимум	21			
14	14	14	Сумма	1571	Сумма	1656			
15	14	14	Счет	100	Счет	100			
16	14	14	Уровень надежности(95,0%)	0,359285	Уровень надежности(95,0%)	0,427078			
17	14	14							
18	14	15	дисперсии Г.С	3,2459	4,5864				

Таким образом,  $z_{эмп} > z_{крит}$ , так как  $|-3,04| > 1,96$ , и на уровне значимости 0,05 принимается гипотеза  $H_1$ , то есть делается вывод о значимом различии средних.