

Решения задач

Задача 1. Суд рассматривает жалобу посетителей казино. По их мнению, игральная кость, используемая в казино, фальшива и некоторые числа очков выпадают чаще, чем другие, этим пользуются крупье и обирают игроков.

Решение. Суд назначает экспертизу игровой кости: эксперт делает 600 бросков и записывает число выпавших единиц, двоек, троек и т. д. Полученное эмпирическое распределение сравнивается теоретическим, то есть равномерным: в правильной кости вероятность выпадения каждого числа очков должна быть равна $1/6$, при 600 бросках это даст по 100 выпадений каждого числа очков.

С помощью критерия «хи-квадрат» проверяется нулевая гипотеза о том, что различия эмпирического и теоретического распределений случайны, то есть не являются систематическим результатом фальсификации формы кости или положения центра тяжести в ней, $H_0: m_{\text{факт}} = m_{\text{теор}}^*$. Результаты испытания и расчет χ^2 приводятся в таблице:

Число очков	Количество падений $m_{\text{факт}}$	Теоретические частоты l $m_{\text{теор}}^*$	$m_{\text{факт}} - m_{\text{теор}}^*$	$\frac{(m_{\text{факт}} - m_{\text{теор}}^*)^2}{m_{\text{теор}}^*}$
1	101	100	1	0,01
2	86	100	-14	1,96
3	107	100	7	0,49
4	94	100	-6	0,36
5	97	100	-3	0,09
6	117	100	17	2,89
Итого	600	600	0	5,80

По уровню значимости 0,05 и числу степеней свободы $k = 6 - 2 - 1 = 3$ (фиксировано два параметра: сумма числа бросков 600 и вероятность каждого числа очков – $1/6$) с помощью статистической функции **ХИ2.ОБР.ПХ** найдем критическое значение критерия $\chi_{\text{крит}}^2 = \chi^2(0,05; 3) = 7,815$. Вычисленное эмпирическое значение критерия равно $\chi_{\text{эмп}}^2 = 5,8$.

Аргументы функции ? X

ХИ2.ОБР.ПХ

Вероятность = 0,05

Степени_свободы = 3

= 7,814727903

Возвращает значение, обратное к правосторонней вероятности распределения хи-квадрат.

Степени_свободы число степеней свободы - число от 1 до 10^{10} , исключая 10^{10} .

Значение: 7,814727903

[Справка по этой функции](#)

В силу того, что $\chi_{эмт}^2 < \chi_{крит}^2$, нулевая гипотеза не отклоняется: распределение бросков по числу выпавших очков нельзя считать неравномерным. Обвинение игроков против служащих казино не подтверждено достаточно надежно, но не доказано и то, что кость правильная. Можно назначить более дорогую экспертизу – сделать 100000 бросков кости, но можно и согласиться, что вероятность ошибочного признания правильности кости мала – всего 5% – и отклонить обвинение.

Задача 2. В некотором городе произошла вспышка инфекционного заболевания. Есть предположение, что источником заражения явилась питьевая вода. Проверить это предположение решили с помощью выборочного опроса городского населения, по которому необходимо установить, влияет ли количество выпиваемой воды на количество заболевших.

Количество выпиваемой в среднем за день воды	Число олевших	Число не-заболевших	Всего
Менее одного стакана	140	220	360
От одного стакана до одного литра	360	350	710
Более одного литра	365	245	620
Всего	865	815	1680

Решение. Сформулируем гипотезы. Нулевая гипотеза H_0 : вода не является источником заболевания, альтернативная: вода является источником заболевания.

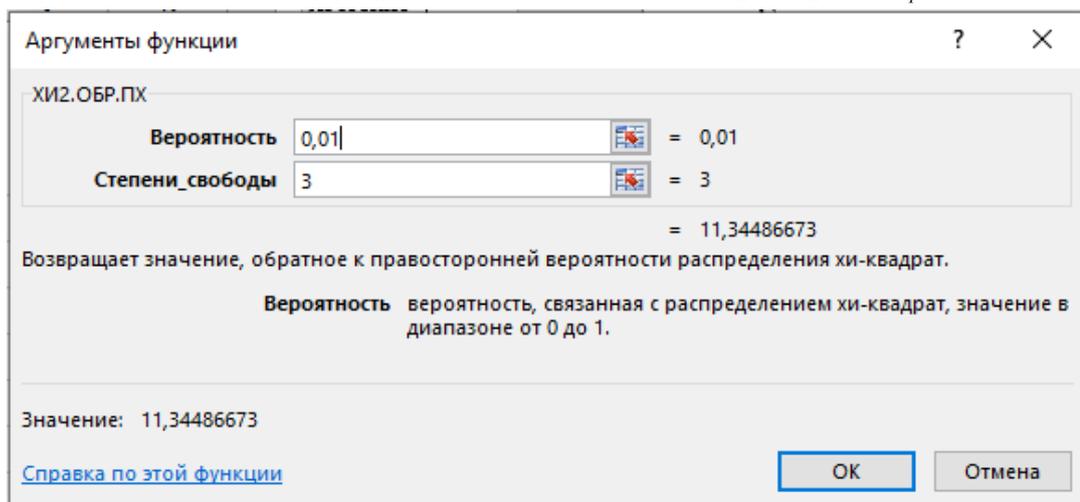
Рассчитаем теоретические (ожидаемые) частоты. Пропорция по «всего» должна сохраниться и внутри таблицы. Поэтому вычислим, например, какую долю составляют всего по строчкам в общей численности, получим для каждой строчки коэффициент. Такая же доля должна оказаться в каждой ячейке соответствующей строчки, поэтому для вычисления ожидаемой частоты в ячейке умножаем коэффициент на «всего» по соответствующему столбцу.

Количество выпиваемой в среднем за день воды	Число заболевших	Число не-заболевших	Всего	Коэффициент
Менее одного стакана	$865 \cdot 0,214 = 185,11$	$815 \cdot 0,214 = 174,41$	360	$360/1680 = 0,214$
От одного стакана до одного литра	$865 \cdot 0,423 = 365,895$	$815 \cdot 0,423 = 344,745$	710	$710/1680 = 0,423$
Более одного литра	$865 \cdot 0,369 = 319,185$	$815 \cdot 0,369 = 300,735$	620	$620/1680 = 0,369$
Всего	865	815	1680	

Количество пиваемой в среднем за день воды	Число заболевших		Число не заболевших	
	Теоретические частоты	Эмпирические частоты	Теоретические частоты	Эмпирические частоты
Менее одного стакана	140	185,11	220	174,41
От одного стакана до одного литра	360	365,895	350	344,745
Более одного литра	365	319,185	245	300,735

$$\chi^2_{эм} = \frac{(140 - 185,11)^2}{185,11} + \frac{(220 - 174,41)^2}{174,41} + \frac{(360 - 365,895)^2}{365,895} + \frac{(350 - 344,745)^2}{344,745} + \frac{(365 - 319,185)^2}{319,185} + \frac{(245 - 300,735)^2}{300,735} = 39,99.$$

Число степеней свободы $k = 6 - 2 - 1 = 3$, тогда с помощью статистической функции **ХИ2.ОБР.ПХ** найдем критическое значение критерия $\chi^2_{крит}(0,01; 3) = 9,34$.



Таким образом, $\chi^2_{эм} > \chi^2_{крит}$, так как $39,99 > 11,34$, и на уровне значимости 0,01 принимается альтернативная гипотеза, то есть можно утверждать, что именно вода стала источником заболевания.