

## Лабораторная работа.

### Использование электронных таблиц MS Excel для построения распределений непрерывных случайных величин

Цель работы – научить строить с помощью MS Excel наиболее распространенные распределения вероятности: биномиальное и нормальное.

#### Распределение вероятностей

**Распределение вероятностей** – одно из центральных понятий теории вероятности и математической статистики. Определение распределения вероятности равносильно заданию вероятностей всех случайных величин (СВ), описывающих некоторое случайное событие. Распределение вероятностей некоторой СВ, возможные значения которой  $x_1, x_2, \dots, x_n$  образуют выборку, задается указанием этих значений и соответствующих им вероятностей  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . ( $p_n$  должны быть положительны и в сумме давать единицу).

#### Нормальное распределение

Закон нормального распределения непрерывной случайной величины (закон Лапласа–Гаусса) имеет фундаментальное значение при изучении случайных процессов. При помощи его описываются многие случайные величины в метрологии, биологии, медицине и др.

Закон распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$  называют **нормальным**, если функция плотности её вероятности описывается формулой Лапласа-Гаусса:

$$f(x) = f(x, \sigma, \mu) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

График функции плотности вероятности нормального закона распределения представлен на рисунке. Он имеет колоколообразную форму, положение его в системе координат и форма зависят от параметров  $\mu$  и  $\sigma$ .

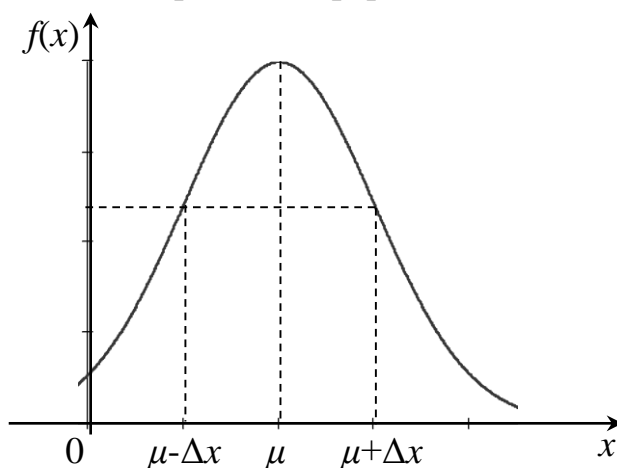


Рис. 1. График нормальной функции распределения

Диаграмма нормального распределения симметрична относительно точки математического ожидания  $\mu$ . Медиана нормального распределения равна тоже  $\mu$ . При этом в точке  $\mu$  функция  $f(x)$  достигает своего максимума, который равен  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ .

**Замечание.** Отметим, что случайная величина  $X$  подчиняется нормальному закону распределения, если:

- она непрерывна;
- наиболее вероятным её значением является среднее значение (математическое ожидание);
- с ростом отклонения от среднего значения плотность вероятности для таких значений уменьшается;
- значения, имеющие одинаковые отклонения от среднего в обе стороны, имеют одинаковые плотности вероятностей.

**Нормальное распределение** – это совокупность объектов, в которой крайние значения некоторого признака (наименьшее и наибольшее) появляются редко; чем ближе значение признака к математическому ожиданию, тем чаще оно встречается. Например, распределение студентов по их массе приближается к нормальному распределению. Это распределение имеет очень широкий круг приложений в статистике, включая проверку гипотез.

В Excel для вычисления значений нормального распределения используются функция **НОРМ.РАСП**, которая вычисляет значения вероятности нормальной функции распределения для указанного среднего и стандартного отклонения.

Функция имеет параметры:

**НОРМ.РАСП**( $x$ ; *среднее*; *стандартное\_откл*; *интегральная*).

$X$  – значения выборки, для которых строится распределение.

*Среднее* – среднее арифметическое выборки.

*Стандартное\_откл* – стандартное отклонение распределения.

*Интегральная* – логическое значение, определяющее форму функции.

Если *интегральная* имеет значение ИСТИНА (или 1), то функция **НОРМ.РАСП** возвращает интегральную функцию распределения; если этот аргумент имеет значение ЛОЖЬ (или 0), то функция возвращает функцию плотности распределения.

Если *среднее* = 0 и *стандартное\_откл* = 1, то функция **НОРМ.РАСП** возвращает стандартное нормальное распределение.

**Пример.** Построить график нормальной функции распределения  $f(x)$  при  $x$ , меняющемся от 19,8 до 28,8 с шагом 0,5, если  $a = 24,3$  и  $\sigma = 1,5$ .

Решение. Вначале в ячейку A1 вводим символ случайной величины  $x$ , а в ячейку B1 – символ функции плотности вероятности –  $f(x)$ .

Далее вводим в диапазон A2:A21 значения  $x$  от 19,8 до 28,8 с шагом 0,5. Для этого воспользуемся маркером автозаполнения: в ячейку A2 вводим левую границу диапазона (19,8), в ячейку A3 левую границу плюс шаг (20,3). Выделяем блок A2:A3. Затем за правый нижний угол протягиваем мышью до ячейки A21 (при нажатой левой кнопке мыши).

Устанавливаем табличный курсор в ячейку B2 и для получения значения вероятности воспользуемся специальной функцией – нажимаем на панели инструментов кнопку **Вставка функции ( $f_x$ )**. В появившемся диалоговом окне Мастер функций – шаг 1 из 2 слева в поле **Категория** указаны виды функций. Выбираем **Статистическая**. Справа в поле **Функция** выбираем функцию **НОРМ.РАСП**. Нажимаем на кнопку **ОК**.

Появляется диалоговое окно **НОРМ.РАСП**. В рабочее поле **X** вводим адрес ячейки A2 щелчком мыши на этой ячейке. В рабочее поле **Среднее** вводим с клавиатуры значение математического ожидания (24,3). В рабочее поле **Стандартное откл** вводим с клавиатуры значение среднеквадратического отклонения (1,5). В рабочее поле **Интегральная** вводим с клавиатуры вид функции распределения (0). Нажимаем на кнопку **ОК**.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a table of values for  $x$  in column A (rows 2-21) and a column for function values in column B (row 2). A dialog box titled "Аргументы функции" is open, showing the configuration for the "НОРМ.РАСП" function. The dialog box includes fields for X (A2), Среднее (24,3), Стандартное откл (1,5), and Интегральная (0). The result of the function is shown as 0,002954566. The dialog box also includes a description of the function and buttons for "Справка по этой функции", "ОК", and "Отмена".

	A	B
1	x	значения функции
2	19,8	24,3;1,5;0
3	20,3	
4	20,8	
5	21,3	
6	21,8	
7	22,3	
8	22,8	
9	23,3	
10	23,8	
11	24,3	
12	24,8	
13	25,3	
14	25,8	
15	26,3	
16	26,8	
17	27,3	
18	27,8	
19	28,3	
20	28,8	

Аргументы функции

НОРМ.РАСП

X A2 = 19,8

Среднее 24,3 = 24,3

Стандартное откл 1,5 = 1,5

Интегральная 0 = ЛОЖЬ

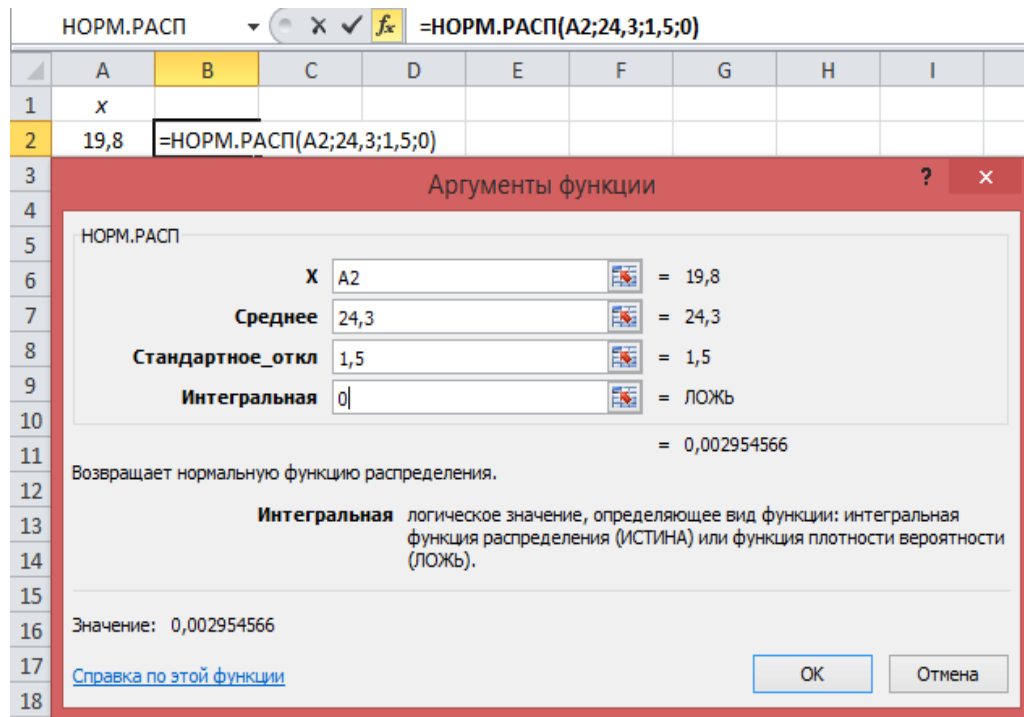
= 0,002954566

Возвращает нормальную функцию распределения.

Интегральная логическое значение, определяющее вид функции: интегральная функция распределения (ИСТИНА) или функция плотности вероятности (ЛОЖЬ).

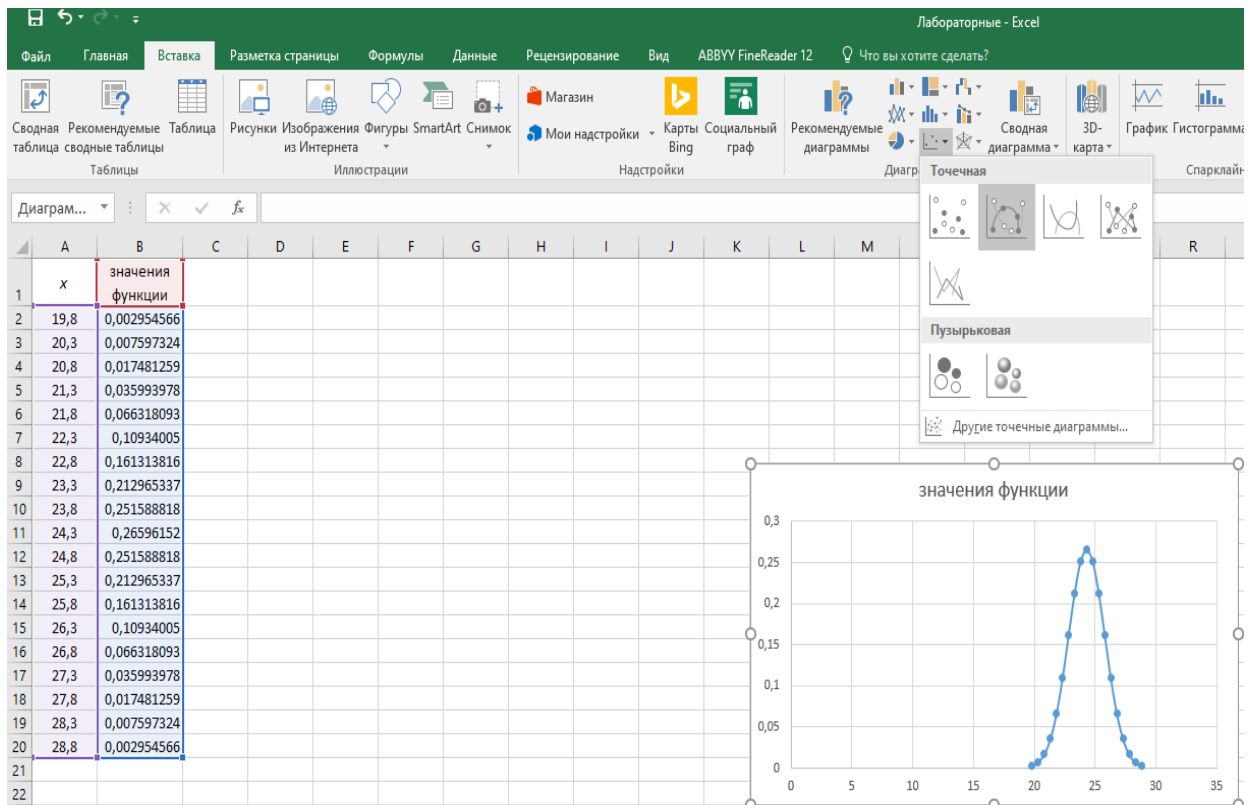
Значение: 0,002954566

[Справка по этой функции](#)



В ячейке B2 появляется вероятность  $p = 0,002955$ . Указателем мыши за правый нижний угол табличного курсора протягиванием (при нажатой левой кнопке мыши) из ячейки B2 до B20 копируем функцию **НОРМ.РАСП** в диапазон B3:B20.

По полученным данным строим искомую диаграмму нормальной функции распределения. Щелчком указателя мыши на кнопке на панели инструментов вызываем **Вставка / диаграмма**. В появившемся диалоговом окне выбираем тип диаграммы **График**, вид – левый верхний. После нажатия кнопки **Далее** указываем диапазон данных – B1:B20 (с помощью мыши). Проверяем, положение переключателя Ряды в: столбцах. Выбираем закладку **Ряд** и с помощью мыши вводим диапазон подписей оси X: A2:A20. Нажав на кнопку **Далее**, вводим названия осей X и Y и нажимаем на кнопку **Готово**. Таким образом будет получен приближенный график нормальной функции плотности распределения.



### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Построить график нормальной функции плотности распределения  $f(x)$  при  $x$ , меняющемся от 20 до 40 с шагом 1, если  $\sigma=3$ .

**Задача 2.** Измерения дальности до объекта сопровождаются систематической и случайной ошибками. Систематическая ошибка равна 50м в сторону занижения дальности. Случайная ошибка подчиняется нормальному распределению со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 100$ м.

Найти вероятность того, что измеренная дальность не превзойдет истинной.