

Лабораторная работа.

Использование электронных таблиц MS Excel для построения распределений дискретных случайных величин

Цель работы – научить строить с помощью MS Excel наиболее распространенные распределения вероятности: биномиальное и нормальное.

Распределение вероятностей

Распределение вероятностей – одно из центральных понятий теории вероятности и математической статистики. Определение распределения вероятности равносильно заданию вероятностей всех случайных величин (СВ), описывающих некоторое случайное событие. Распределение вероятностей некоторой СВ, возможные значения которой x_1, x_2, \dots, x_n образуют выборку, задается указанием этих значений и соответствующих им вероятностей p_1, p_2, \dots, p_n . (p_n должны быть положительны и в сумме давать единицу).

Биномиальное распределение

Биномиальное распределение является одним из самых распространенных законов распределения дискретной случайной величины. Оно может быть использовано, если необходимо оценить распределение вероятностей в зависимости от числа появлений случайного события при ограниченном числе независимых испытаний и при неизменных условиях опыта.

Рассмотрим дискретную случайную величину X , если её частные значения ($x_0=0, x_1=1, x_2=2, \dots, x_n=n$) соответствуют числу появлений некоторого события A в n независимых испытаниях, то вероятности отдельных значений случайной величины X могут быть определены при помощи формулы Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k},$$

где $q = 1 - p, 0 < p < 1, k = 0, 1, 2, \dots, n$.

При этом выполняются следующие условия (схема Бернулли):

- вероятность p появления события A в отдельном испытании является величиной постоянной, повторяющейся от одного испытания к другому (вероятность «успеха»);
- вероятность того, что событие A не появится в отдельном испытании, равна q (вероятность «неуспеха»);
- все испытания $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ независимы друг относительно друга.

Таким образом, суть биномиального закона распределения случайной величины X для события A заключается в соответствии числа его появлений в n испытаниях их вероятностям $P_n(k)$.

Примером практического использования биномиального распределения может являться контроль качества партии фармакологического препарата. Здесь требуется подсчитать число изделий (упаковок), не соответствующих требованиям. Все причины, влияющие на качество препарата, принимаются одинаково вероятными и не зависящими друг от друга. Сплошная проверка качества в этой ситуации невозможна, поскольку изделие, прошедшее испытание, не подлежит дальнейшему использованию (такой вид контроля называется разрушающим). Поэтому для проверки из партии наудачу выбирают определенное количество образцов изделий (n). Эти образцы всесторонне проверяют и регистрируют число бракованных изделий (k). Теоретически число бракованных изделий может быть любым, от 0 до n .

В Excel функция **БИНОМ.РАСП** применяется для вычисления вероятности в задачах с фиксированным числом тестов или испытаний, когда результатом любого испытания может быть только успех или неудача.

Функция использует следующие параметры:

БИНОМ.РАСП (число_успехов; число_испытаний; вероятность_успеха; интегральная).

Число_успехов – количество успешных испытаний.

Число_испытаний – число независимых испытаний (число успехов и число испытаний должны быть целыми числами).

Вероятность_успеха – вероятность успеха каждого испытания.

Интегральная – логическое значение, определяющее форму функции.

Если данный параметр имеет значение **ИСТИНА** (=1), то считается интегральная функция распределения (вероятность того, что число успешных испытаний не менее значения *число_успехов*);

если этот параметр имеет значение **ЛОЖЬ** (=0), то вычисляется значение функции плотности распределения (вероятность того, что число успешных испытаний в точности равно значению аргумента *число_успехов*).

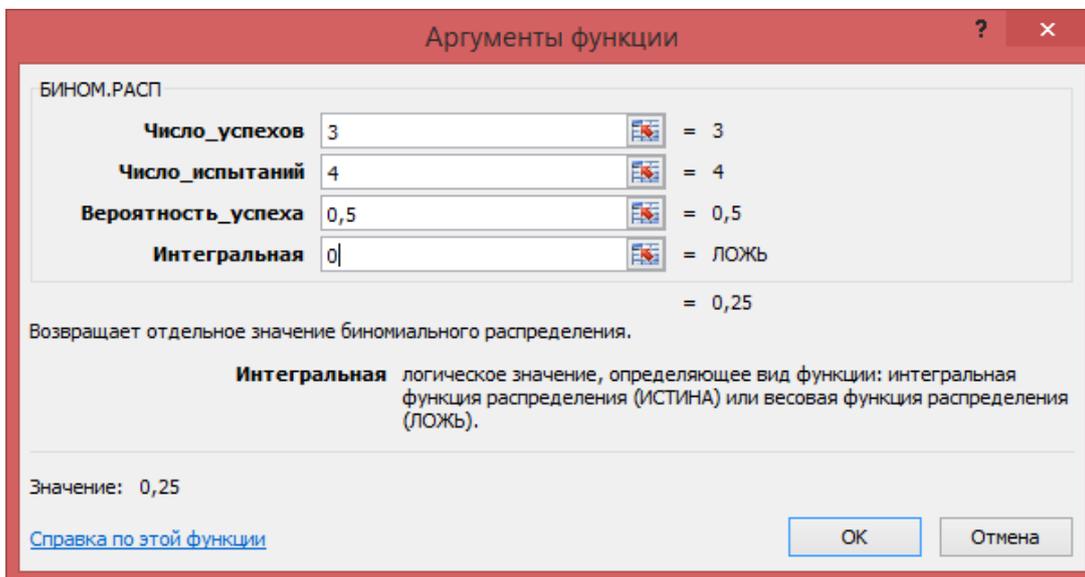
Пример. Найти вероятность того, что трое из четырех новорожденных будут мальчиками.

Решение. Вначале устанавливаем табличный курсор в свободную ячейку, например в **A1**. Здесь должно оказаться значение искомой вероятности.

Далее для получения значения вероятности воспользуемся специальной функцией: нажимаем на панели инструментов кнопку **Вставка функции** (f_x).

В появившемся диалоговом окне **Мастер функций** – шаг 1 из 2 слева в поле **Категория** указаны виды функций. Выбираем **Статистическая**. Справа в поле **Функция** выбираем функцию **БИНОМ.РАСП** и нажимаем на кнопку **ОК**.

Появляется диалоговое окно функции. В поле **Число_успехов** вводим с клавиатуры количество успешных испытаний (3). В поле **Число_испытаний** вводим с клавиатуры общее количество испытаний (4). В рабочее поле **Вероятность_успеха** вводим с клавиатуры вероятность успеха в отдельном испытании (0,5). В поле **Интегральная** вводим с клавиатуры вид функции распределения – интегральная или весовая (0). Нажимаем на кнопку **ОК**.

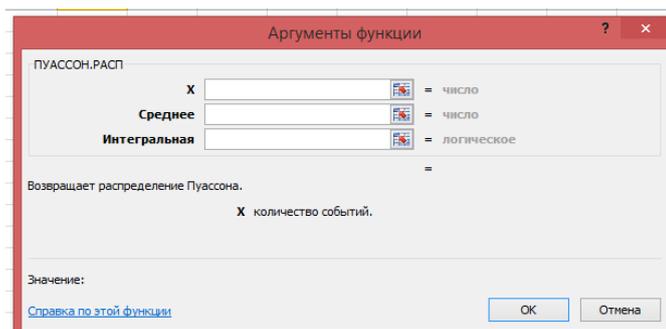


В ячейке A1 появляется искомое значение вероятности $p = 0,25$. Ровно 3 мальчика из 4 новорожденных могут появиться с вероятностью 0,25.

Если изменить формулировку условия задачи и выяснить вероятность того, что появится не более трех мальчиков, то в этом случае в поле аргумента **Интегральная** вводим 1 (вид функции распределения интегральный). Вероятность этого события будет равна 0,9375.

Распределение Пуассона

В MS Excel значения распределения Пуассона могут быть вычислены с помощью статистической функции **ПУАССОН.РАСП**(x ; *среднее*; *интегральная*).



В появившемся диалоговом окне указать:

x – количество событий.

Среднее – ожидаемое числовое значение.

Интегральная – логическое значение, определяющее форму возвращаемого распределения вероятностей. Если аргумент «интегральная» имеет значение ИСТИНА, то функция ПУАССОН.РАСП возвращает интегральное распределение Пуассона, то есть вероятность того, что число случайных событий окажется в диапазоне от 0 до x включительно. Если этот аргумент имеет значение ЛОЖЬ, то возвращается весовая функция распределения Пуассона, то есть вероятность точного равенства числа произошедших событий значению x .

Далее нажать кнопку **ОК**.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Имелось 5 пробирок с питательной средой. Вероятность появления колонии микроорганизмов определённого вида в какой-либо из шести пробирок постоянна и равна $p = 0,7$. Составить закон распределения появления колонии микроорганизмов.

Задача 2. Найти среднее число опечаток на странице рукописи, если вероятность того, что страница рукописи содержит хотя бы одну опечатку, равна 0,05. Можно считать, что число опечаток на странице имеет распределение Пуассона.