

**Частные производные сложной функции и функции, заданной неявно.
Производная по направлению, градиент**

Задание 1. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^5 + 2xy - y^3$ и $x = \cos 2t$, $y = \arctg t$.

Задание 2. Найти частные производные сложной функции $z = x^2 \ln y$ где $x = \frac{u}{v}$, $y = uv$.

Задание 3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ и dz , для неявно заданной функции $z = f(x, y)$, определенной уравнением $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y + 3 = 0$.

Задание 4. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = z(x, y)$, определённой неявно уравнением $x^2 + 3y^2 - 4z^2 = 15$ в точке $P_0(2; -3; 2)$.

Задание 5. Даны функция $z = x^2 + 3y^3 - xy$, точка $M_0(1; 1)$ и вектор $\vec{s}(-5; 12)$.
Найти:

- 1) $\overrightarrow{\text{grad}} z(M_0)$;
- 2) производную функции z по направлению \vec{s} .

Дополнительные задачи

1. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^2 + xy + y^2$, где $x = t^2$, $y = t^3$.

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ и dz , для неявно заданной функции $z = f(x, y)$, определенной уравнением $z^3 + 3x^2y + xz + y^2z^2 + y - 2x = 0$.

3. Найти градиент функции $z = x^2 + 2y^2 - xy$ в точке $M_0(1; -1)$.

4. Найти производную функции $z = \sqrt[3]{xy}$ в точке $M_0(8; -1)$ по направлению вектора $\vec{s}(-1; -1)$.

5. Найти градиент функции $u = x^2y^3 + 5z^3 - y^2z$ в точке $M_0(-2; 1; 3)$.