

Применение производной к исследованию функции на монотонность.

Экстремум функции. Выпуклость функции, точки перегиба

Задание 1. Определить интервалы монотонности функций:

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x-1)^2}; \quad 2) f(x) = \ln(1-x^2).$$

Задание 2. Исследовать на монотонность и экстремум функции:

$$1) f(x) = x^3 e^{-x}; \quad 2) f(x) = x\sqrt{1-x^2}.$$

Задание 3. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

Дополнительные задачи

1. Определить интервалы монотонности функции:

$$1) f(x) = (x-2)^2 \cdot (x+2); \quad 2) f(x) = \ln \sqrt{1+x^2}; \quad 3) f(x) = \frac{e^x}{x}.$$

2. Определить точки экстремума функции:

$$1) f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1; \quad 2) f(x) = \ln \sqrt{1+x^2} + \operatorname{arctg} x; \quad 3) f(x) = \frac{e^x}{(x+3)^2};$$

3. Определить интервалы выпуклости и точки перегиба функций:

$$1) f(x) = \frac{x^3}{4-x^2}; \quad 2) f(x) = x^4 - 4x^3 - 48x^2 + 6x - 9; \quad 3) f(x) = xe^{2x} + 1.$$