

**Геометрический и физический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков**

**Задание 1.** Составить уравнения касательной и нормали к графику функции  $y^2 = 4x$  в точке  $M_0(1; 2)$ .

**Задание 2.** Найти уравнения касательной и нормали к эллипсу:  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$  в точке  $M_0(x_0; y_0)$ , для которой  $t = \frac{\pi}{4}$ .

**Задание 3.** Найти дифференциалы функций:

1)  $y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1-x^8}$ ;      2)  $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{a}$ .

**Задание 4.** Вычислить с помощью дифференциала приближённое значение  $\sqrt[5]{31,8}$ .

**Задание 5.** Найти производные второго порядка для

1) функции  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ;

2) функции  $y = y(x)$ , заданной параметрически:  $x = t^2$ ,  $y = t^3$ .

**Задание 6.** Найти  $dy$ ,  $d^2y$ ,  $d^3y$  для функции  $y = \sqrt[3]{x}$ .

**Дополнительные задачи**

1) Зависимость между количеством  $x$  вещества, полученного в процессе некоторой химической реакции, и временем  $t$  выражается уравнением  $x(t) = A(1 - e^{-kt})$ . Определить скорость реакции.

2) Составить уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = \sin 2x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

3) Найти производные указанных порядков для следующих функций:

1)  $y = \operatorname{tg} 3x$ ,  $y'' = ?$

2)  $y = x \cdot \ln x$ ,  $y''' = ?$

3)  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $y'' = ?$

4) Вычислить с помощью дифференциала приближённые значения:

1)  $(1,02)^6$ ;    2)  $\sqrt[3]{0,985}$ .

5) Найти  $dy$ ,  $d^2y$  для функции  $y = \sin^2 x$ .